

Pêndulo Magnético

PSP

Abril de 2015

Pêndulo Magnético

Faça um pêndulo leve com um pequeno ímã em sua extremidade. Um eletroímã adjacente conectado a uma fonte de corrente alternada de frequência muito superior à frequência natural do pêndulo pode levar a oscilações não-amortecidas com várias amplitudes. Estude e explique o fenômeno.

Pêndulo Magnético

- 1 **Introdução Teórica**
 - Visão Geral
 - Equação de Movimento
 - Modulação da velocidade
 - Quantização das Amplitudes
 - Análise dos resultados
- 2 **Computacional**
 - Computacional

Visão Geral

- O pêndulo consiste em um braço rígido fixado em um pivô com pouco atrito, construído de forma a se mover em um plano horizontal, com um pequeno ímã preso à sua extremidade livre.
- Um eletroímã é colocado logo abaixo do ponto mais baixo do movimento do pêndulo, de tal forma que o eletroímã exerce uma aceleração ou desaceleração no pêndulo, que depende da polaridade da corrente e da direção do ímã.
- O campo de ação do eletroímã no pêndulo é escolhido curto, de tal forma que a ação do eletroímã apenas se torna significativa dentro deste campo.

Visão Geral

- Logo depois, conectamos o eletroímã a uma fonte senoidal de corrente alternada, cuja frequência ω_{campo} e voltagem podem ser variadas em um largo domínio (cerca de 10 a mil vezes a frequência natural do pêndulo f_0).
- Quando a voltagem é tal que a interação entre o pêndulo e o eletroímã é significativa, é possível observar alguns efeitos.

Propriedades do Pêndulo Magnético

- Quando solto de uma posição qualquer, o movimento do pêndulo vai se aproximando do regime estacionário de um pêndulo simples sem atrito.
- Estes regimes quase estacionários ocorrem apenas quando o pêndulo atinge uma das "amplitudes permitidas".
- O período do pêndulo em um regime estável é próximo ao período de um pêndulo simples.
- A perda de energia por dissipação é compensada pelo pêndulo em uma espécie de auto-regulação.

Propriedades do Pêndulo Magnético

- A "escolha" do sistema por um modo estável depende das condições iniciais.
- As amplitudes quantizadas não dependem da intensidade do campo. (Desde que esta seja suficientemente grande para haver uma interação significativa eletroímã-pêndulo).
- Quando o campo não é forte o suficiente para suportar as perdas por atrito em um modo estável, o pêndulo "salta" para uma amplitude permitida menor (logo, de menor energia).

Equação de Movimento

- Pela 2ª lei de Newton, temos que:

$$ml\ddot{\phi} = -mg \sin \phi - \beta ml\dot{\phi} + mlA\epsilon(\phi) \sin(\omega_{campo} t)$$

- Dividindo isto por ml , chegamos à nossa equação de movimento:

$$\ddot{\phi} + \beta\dot{\phi} + \omega_0^2 \sin \phi = A\epsilon(\phi) \sin(\omega_{campo} t) \quad (1)$$

Dois tipos de oscilação

- Há dois tipos de oscilação possíveis para o pêndulo:
- Quando o pêndulo tem seu movimento totalmente dentro do campo de ação do imã, seu movimento descrito por (1) se reduz ao movimento de um oscilador forçado e amortecido:

$$\ddot{\phi} + \beta\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = A \sin(\omega_{campo} t)$$

- Mas o problema solicita o estudo das oscilações não amortecidas, que é o nosso segundo tipo de oscilação, na qual o movimento do imã não está completamente dentro da área de ação do campo magnético.

Modulação da velocidade

- Se o campo completa um número inteiro de ciclos durante a passagem do pêndulo pela zona de contato, os efeitos se cancelam e não há ganho ou perda de energia. Se isto não acontece, há uma transferência de energia do campo para o pêndulo.
- Sinal e magnitude da energia transferida para o pêndulo depende também do "tempo de vôo". Porém, sempre há uma fase de entrada que possibilita o ganho de energia, independente da velocidade.
- Sistema não linear e com muitos vínculos complicados. A melhor saída é observar seu comportamento experimental.

Quantização das Amplitudes

- É observado que acoplamento do pêndulo com o campo magnético resulta em um sistema oscilatório com um espectro discreto de regimes estáveis.
- Cada um desses regimes está associado a uma determinada amplitude de uma oscilação em regime quase estacionário.
- Em cada um destes regimes o pêndulo oscila com frequência próxima à sua frequência natural.

Quantização das Amplitudes

- Quando o pêndulo está em um regime quase estacionário, sua perda de energia é constante durante meia oscilação. Portanto, a energia recebida em cada meio período tem que ser igual.
- A transferência de energia depende da fase do campo quando há interação com o pêndulo. Esta fase está relacionada com o período do pêndulo.
- Em um pêndulo de amplitude qualquer, para cada amplitude, há um determinado período.

Quantização das Amplitudes

- A cada meio período, o pêndulo deve receber a mesma quantidade de energia do campo magnético.
- Como a velocidade do magneto a cada duas passagens sucessivas pelo ponto mais baixo é invertida, concluímos que a fase do campo deve ser a oposta da oscilação anterior.
- $\frac{T}{2} = (m + \frac{1}{2})t \rightarrow T = nt$

Quantização das Amplitudes

- Período clássico para uma amplitude qualquer:

$$T = \frac{1}{f_0} \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16} \right)$$

- Usando a relação entre os períodos:

$$\theta_0 = 4 \sqrt{\frac{nf_0}{f_{campo}} - 1} \approx 4 \sqrt{1 - \frac{f_{campo}}{nf_0}}$$

Análise dos resultados

- As amplitudes calculadas teoricamente mostram apenas uma correspondência aproximada para as "amplitudes quantizadas" observadas computacionalmente.
- Efeitos de atrito e mudanças na velocidade dentro da zona de interação.
- Quanto maior a amplitude, menor a discrepância.

Computacional

- bla bla